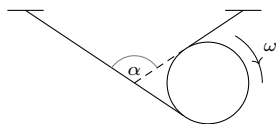


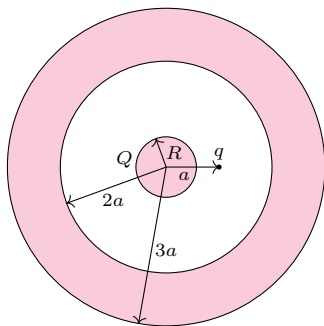
Klub 44 F



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 XII 2021



Rys. 1



Rys. 2

Zadania z fizyki nr 724, 725

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

724. Ciężka tarcza o promieniu R stacza się na dwóch nierozciągliwych niciach. Nici są nawinięte na tarczę, a ich wolne końce są zamocowane (rys. 1). Podczas ruchu tarczy nici są cały czas napięte. W pewnej chwili prędkość kątowna tarczy wynosi ω , kąt pomiędzy nimi jest wtedy równy α . Jaką prędkość ma w tym momencie środek tarczy?

725. Przyjmijmy, że Ziemia obiega Słońce po orbicie kołowej o promieniu $R = 1$ j.a. Po jakim czasie spadłaby na Słońce, gdyby nagle została zatrzymana? Ziemię i Słońce potraktujmy jako punkty materialne.

Rozwiązania zadań z numeru 6/2021

Przypominamy treść zadań:

720. Satelita Ziemi o masie $m = 10$ kg porusza się po orbicie kołowej w wysokich warstwach atmosfery i działa na niego siła oporu $F = 5 \cdot 10^{-4}$ N ze strony rozrzedzonego powietrza. O ile zmieni się prędkość satelity po wykonaniu jednego obrotu wokół Ziemi? Odległość satelity od Ziemi jest mała w porównaniu z promieniem Ziemi. Przyjmij, że promień Ziemi $R = 6,4 \cdot 10^6$ m, przyspieszenie na powierzchni Ziemi $g = 9,8$ m/s².

721. Metalowa kula o promieniu R , naładowana ładunkiem Q oraz ładunek punktowy q umieszczony w odległości a od środka kuli otoczone są współśrodkową z kulą metalową warstwą sferyczną o promieniach wewnętrznym $2a$ i wewnętrznym $3a$ (rys. 2), naładowaną ładunkiem $2Q$. Znaleźć potencjały kuli oraz otaczającej ją metalowej powłoki.

720. Energia całkowita satelity na orbicie o promieniu r , poruszającego się z prędkością v , wynosi $E = mv^2/2 - GMm/r$. Siła dośrodkowa jest siłą grawitacji $mv^2/r = GMm/r^2$, stąd $E = -mv^2/2 = -GMm/2r$. Praca siły oporu powoduje zmniejszenie energii satelity, przy czym rośnie jego prędkość, a promień orbity maleje. Promień orbity okołoziemskiej równy jest w przybliżeniu promieniowi Ziemi R , a prędkość satelity równa jest w przybliżeniu pierwszej prędkości kosmicznej $v \approx \sqrt{gR} = 8 \cdot 10^3$ m/s. Spodziewamy się, że zmiany promienia orbity oraz prędkości podczas jednego obrotu są bardzo małe. Zmiana energii satelity podczas jednego obrotu wyraża się wzorem

$$\Delta E = -GMm/2(R + \Delta R) + GMm/2R = GMm\Delta R/2(R + \Delta R)R.$$

Zakładając, że $\Delta R \ll R$, możemy napisać $-2\pi RF = GMm\Delta R/2R^2 = mg\Delta R/2$, stąd $\Delta R = -4\pi RF/mg \approx -4 \cdot 10^2$ m, co potwierdza, że nasze założenie jest słuszne. Wyrażając zmianę energii satelity przez jego zmianę prędkości, dostajemy

$$-2\pi RF = \Delta E = -m(v + \Delta v)^2/2 + mv^2/2 = -mv\Delta v.$$

Stąd szukana zmiana prędkości satelity:

$$\Delta v = 2\pi F\sqrt{R}/m\sqrt{g} = 0,25 \text{ m/s.}$$

721. Wewnątrz metalowej powłoki nie ma pola elektrycznego, zatem zgodnie z prawem Gaussa na wewnętrznej powierzchni tej powłoki znajduje się ładunek $Q_1 = -(Q + q)$, który podobnie jak ładunek Q na kuli jest rozłożony nierównomiernie. Na zewnętrznej powierzchni powłoki znajduje się ładunek $Q_2 = 2Q - Q_1 = 3Q + q$. Jest on rozłożony równomiernie, bo potencjał powłoki jest stały, zatem pole elektryczne na zewnątrz powłoki jest takie jak od ładunku punktowego Q_2 umieszczonego w środku kuli. Stąd potencjał powłoki wynosi

$$V_P = kQ_2/3a = Q_2/12\pi\epsilon_0 a = (3Q + q)/12\pi\epsilon_0 a,$$

gdzie ϵ_0 jest przenikalnością elektryczną próżni. Potencjał kuli o promieniu R jest sumą potencjałów od ładunku punktowego, ładunków na powierzchni kuli oraz na obu powierzchniach powłoki. Najłatwiej policzyć go w środku kuli, bo wtedy odległość ładunków na danej powierzchni od środka kuli jest taka sama. Na przykład potencjał od ładunków na powierzchni kuli wynosi $V_1 = \sum_i Q_i/4\pi\epsilon_0 R = Q/4\pi\epsilon_0 R$. Potencjał kuli dany jest wzorem

$$V_K = k(Q/R + q/a + Q_1/2a + Q_2/3a),$$

gdzie $k = 1/4\pi\epsilon_0$. Ostatecznie otrzymujemy:

$$V_K = [3Q(2a + R) + 5qR]/24\pi\epsilon_0 aR.$$

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 2$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Można je przysyłać również pocztą elektroniczną pod adresem delta@mimuw.edu.pl (preferujemy pliki pdf). Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez

współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/2002 oraz znajduje się na stronie deltami.edu.pl.