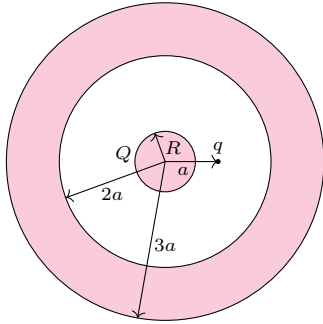


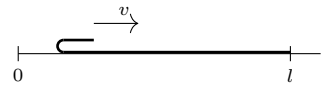
# Klub 44 F



Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VIII 2021



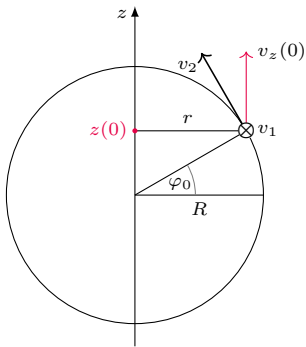
Rys. 1



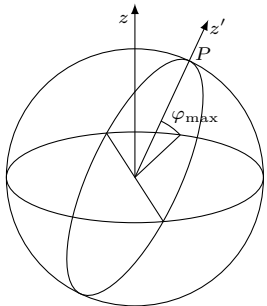
Rys. 2



Rys. 3



Rys. 4



Rys. 5

## Zadania z fizyki nr 720, 721

Redaguje Elżbieta ZAWISTOWSKA

**720.** Satelita Ziemi o masie  $m = 10$  kg porusza się po orbicie kołowej w wysokich warstwach atmosfery i działa na niego siła oporu  $F = 5 \cdot 10^{-4}$  N ze strony rozrzedzonego powietrza. O ile zmieni się prędkość satelity po wykonaniu jednego obrotu wokół Ziemi? Odległość satelity od Ziemi jest mała w porównaniu z promieniem Ziemi. Przyjmij, że promień Ziemi  $R = 6,4 \cdot 10^6$  m, przyspieszenie na powierzchni Ziemi  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>.

**721.** Metalowa kula o promieniu  $R$ , naładowana ładunkiem  $Q$  oraz ładunek punktowy  $q$  umieszczony w odległości  $a$  od środka kuli otoczone są współśrodkową z kulą metalową warstwą sferyczną o promieniach wewnętrznym  $2a$  i zewnętrznym  $3a$  (rys. 1), naładowaną ładunkiem  $2Q$ . Znaleźć potencjały kuli oraz otaczającej ją metalowej powłoki.

## Rozwiązania zadań z numeru 2/2021

Przypominamy treść zadań:

**712.** Długi, cienki i wiotki dywan o długości  $l$  i masie  $m$  leży na podłodze. Jeden z końców dywanu jest odgięty i ciągnięty do tyłu ze stałą prędkością  $v$  po części dywanu, która nadal leży na podłodze (rys. 2). Jaka siła działa na dywan w kierunku poziomym? Tarcia między częściami dywanu nie uwzględniamy, dolna część dywanu pozostaje nieruchoma.

**713.** Ze szczytu góry na szerokości geograficznej północnej  $\varphi_0 = 30^\circ$  wystrzelono pocisk wzdłuż południka, w kierunku północnego bieguna Ziemi i wprowadzono go na orbitę kołową wokół Ziemi. Oblicz maksymalną szerokość geograficzną, jaką osiągnie wystrzelony pocisk. Dane są: okres obrotu Ziemi wokół własnej osi  $T$ , promień Ziemi  $R$ , przyspieszenie grawitacyjne  $g$ . Zakładamy, że Ziemia jest jednorodną kulą i zaniedbujemy opory powietrza.

**712.** Niech  $x$  oznacza współrzędną ruchomego końca dywanu (rys. 3). Jego prędkość jest równa  $v = \Delta x / \Delta t$ .

Szukana siła  $F$  powoduje zmianę pędu tej części dywanu o masie  $\Delta m$ , która w czasie  $\Delta t$  podnosi się z podłogi

$$F = \Delta p / \Delta t = \Delta m v / \Delta t.$$

Z rysunku 3 widać, że  $\Delta m = \lambda \Delta x / 2$ , gdzie  $\lambda = m / l$ . Stąd  $F = mv^2 / 2l$ . Możemy też znaleźć położenie środka masy całego dywanu w funkcji współrzędnej  $x$  jego ruchomego końca  $x_S = (2l^2 + x^2) / 4l$ , jego prędkość  $v_S = xv / 2l$  oraz przyspieszenie  $a_S = v^2 / 2l$ . Szukana siła  $F = ma_S$ .

**713.** Pocisk porusza się po orbicie kołowej pod wpływem siły grawitacji, która pełni rolę siły dośrodkowej. Jego prędkość  $v = \sqrt{gR}$ . W chwili startu składowa tej prędkości w kierunku równoleżnika o promieniu  $r$  (rys. 4) wynosi

$$v_1 = 2\pi r / T = (2\pi R \cos \varphi_0) / T,$$

składowa wzdłuż południka

$$v_2 = \sqrt{v^2 - v_1^2} = \sqrt{gR - (2\pi R \cos \varphi_0)^2 / T^2}.$$

Narysujmy średnicę okręgu, po którym porusza się pocisk, przechodzącą przez punkt toru  $P$  na największej szerokości geograficznej  $\varphi_{\max}$  osiąganą przez pocisk (rys. 5). Niech oś  $z'$  przechodzi przez tę średnicę. Rzut ruchu pocisku na tę średnicę jest ruchem harmonicznym o częstości  $\omega = v / R$  i opisują go równania

$$z'(t) = R \sin(\omega t + \alpha), \quad v_{z'}(t) = R\omega \cos(\omega t + \alpha).$$

Rzutując go następnie na oś  $z$  przechodzącą przez biegun północny, otrzymujemy

$$z(t) = z'(t) \sin \varphi_{\max}, \quad v_z(t) = v_{z'}(t) \sin \varphi_{\max}.$$

Przyjmując chwilę wystrzału za chwilę zerową i korzystając z rysunku 4, możemy napisać warunki początkowe

$$z(0) = R \sin \varphi_0 = R \sin \varphi_{\max} \sin \alpha, \quad v_z(0) = v_2 \cos \varphi_0 = R\omega \sin \varphi_{\max} \cos \alpha.$$

Podnosząc te równania do kwadratu i dodając stronami, pozbywamy się wyrazów zawierających fazy początkowe  $\alpha$ . Szukana maksymalna szerokość geograficzna spełnia równanie

$$\sin \varphi_{\max} = \sqrt{1 - \frac{4\pi^2 R \cos^4 \varphi_0}{gT^2}}.$$